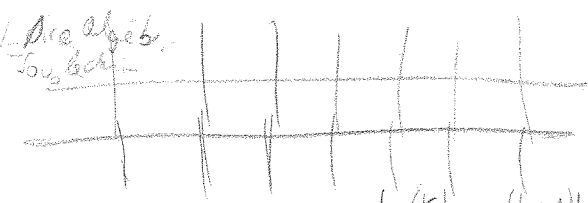


Exposé : Origine :  $\sqrt{v_n}$

$$\frac{Z_n^{(0)}}{\sqrt{n}} = \frac{1}{K} \frac{A(Z_n)}{\sqrt{n}} + \sqrt{1 - \frac{1}{K}} Z_{n-1} + \dots$$

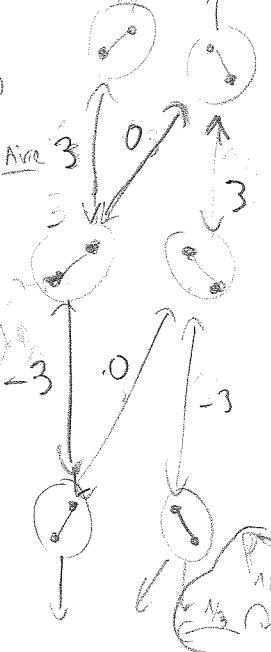


Interprétation

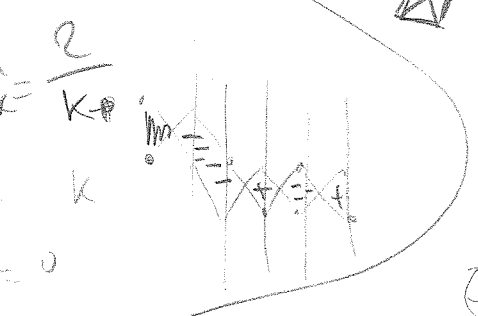
1) Marche aléatoire  $(Z_n)_{n \geq 0}$  - chaîne de Markov homogène.

$E(A(Z_{n+1}) - A(Z_n) | Z_n) = 0$   
 $E(A(Z_{n+1}) | Z_n = z) = A(z)$

MARCHE ALÉATOIRE SUR  $\mathbb{Z}^k$



$\sigma_k = \frac{2}{K}$   
 $\sigma_k = \frac{2}{K-2}$



$E(N_{n+1} | X_1, \dots, X_n) = E N_n$

Idee: Aire = martingale

$A_n =$  Aire sous le chemin

Def:  $(Z_n)_{n \geq 0}$   $\in \mathbb{Z}^k$



Cha Un marcheur  $\rightarrow$   $K$  marches à distance 1 l'un de l'autre

$R \frac{Z_n}{\sqrt{n}} \rightarrow N(0, 1)$

$\frac{Z_n^{(0)}}{\sqrt{n}} \rightarrow N(0, \sigma^2)$

$\frac{2}{K} \frac{2}{K+2}$

$\frac{Z_n^{(0)}}{\sqrt{n}} \rightarrow N$

Modèle:

$$Z_n = (z_n^{(0)}, \dots, z_n^{(k)}) \in \mathbb{Z}^{k+1} \quad k \geq 0$$

POUET

$$z_n^{(i+1)} - z_n^{(i)} \in \{+1, -1\}$$

$$Ch(k) = \{z_n^{(i)} / z_n^{(i+1)}\}$$

$$z_n \in Ch(k)$$

$$z_n \rightarrow z' \Leftrightarrow z_n^{(i)} - z_n^{(i+1)} \in \{+1, -1\}$$

(Idée: matrice de hauteur  $\Leftrightarrow$  modèle GVM/ASW)

$$z \in Ch(k); \# \{z' \in Ch(k) / z \rightarrow z'\} =: d(z)$$

$$D(z)$$

$$P(z_{n+1} = z' / z_n = z) = \frac{1}{d(z)} \text{ si } z \rightarrow z', \text{ 0 sinon.}$$

Chaîne de Markov

$(z_n)_n$  chaîne de Markov

Th:  $\frac{z_n^{(0)}}{\sqrt{n}} \xrightarrow{\text{loi}} N(0, \sigma_k^2)$

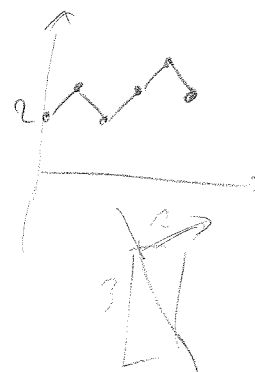
avec  $\sigma_k^2 = \frac{2}{k+2}$

$$\frac{1}{h} \sum_{k \text{ pair}} E(A(z_{n+1}) - A(z_n))$$

(toute la trajectoire tend vers un brownien)

très clair  
nach  
d'abord

Espinasse  
Norris  
Cohen  
? Emme  
loi des  
grands  
nombres



3	2	2	2	2
2	3	2	3	2
3	2	3	2	3

$\frac{1}{\sqrt{k}}$

Martingales:  $(E(f(z_{n+1}) | z_n) = f(z_n))$

$$\Leftrightarrow \forall z, \sum_{z \rightarrow z'} (f(z') - f(z)) = 0$$

Ici  $f =$  aire sur le chemin

Thm: TCL pour martingales + ergodicité de la chaîne de Markov

Combinatoire:  
\* Involutions pour mq nat.  
\* Calcul de num & de non

$$\frac{d_i}{\sum_{i \in G} d_i}$$

$$\sum_{z \in Ch(k)} A^+(z)$$

$$A^+ = \sum_{z \rightarrow z'} A^+(z')$$

$$\sum_j q_i p_{ij} = q_i p_{ij} = q_i p_{ij}$$

$$\sum_j q_i p_{ij} = \sum_j q_j p_{ji}$$

$$\frac{1}{d_i} = 1$$